

فصل پنجم

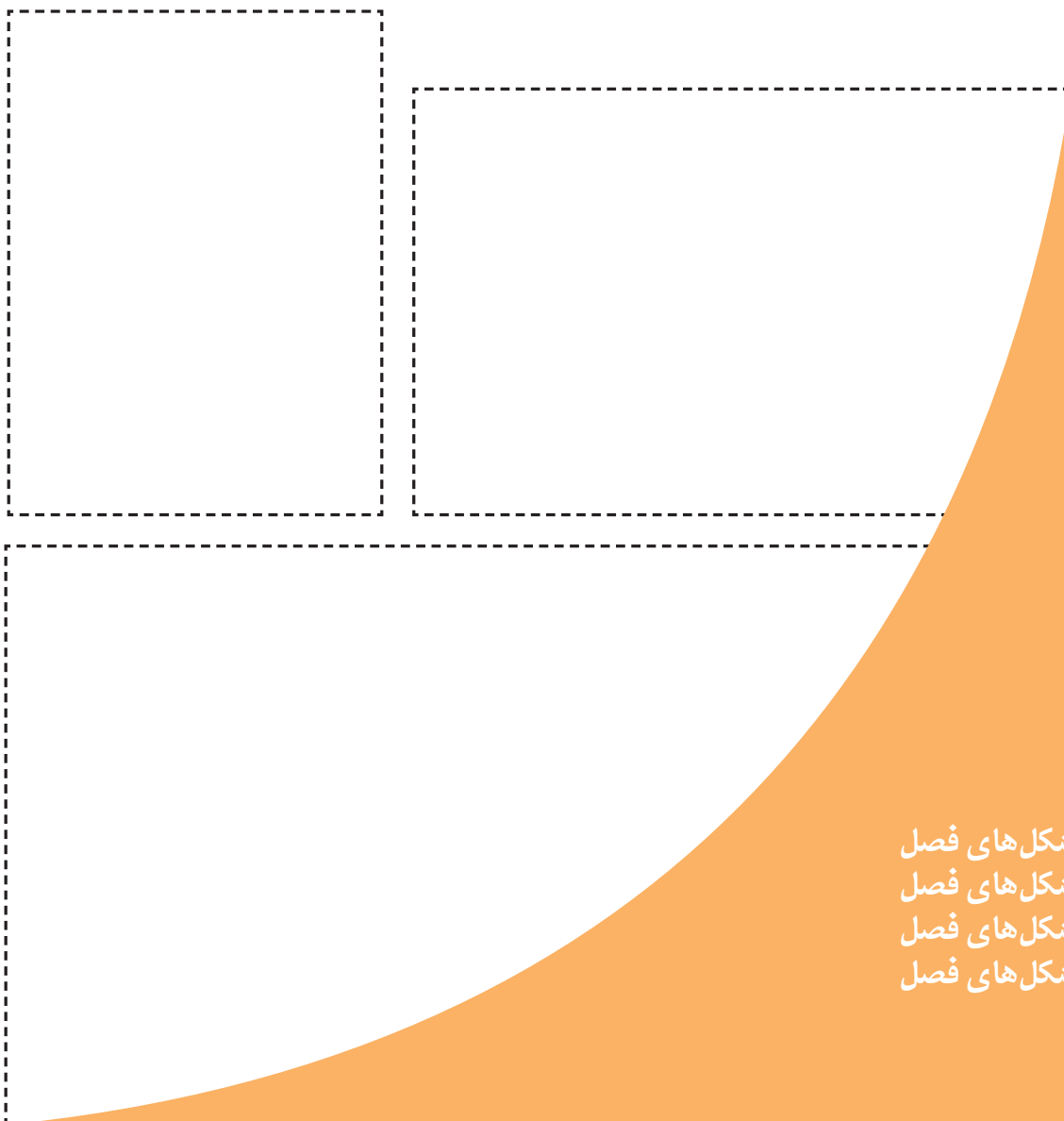
نمایش داده‌ها

نمودارهای یک متغیره

درس ۱

نمودارهای چندمتغیره

درس ۲



شرح شکل‌های فصل

شرح شکل‌های فصل

شرح شکل‌های فصل

شرح شکل‌های فصل

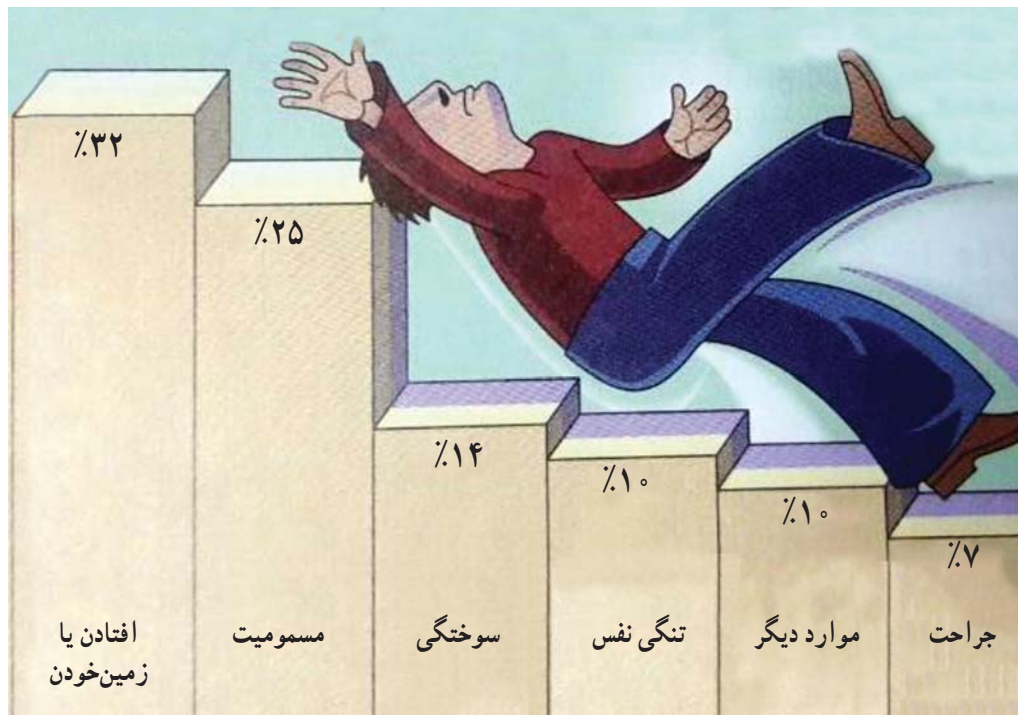
درس ۱

■ نمودارهای یک متغیره ■

فعالیت



در کلاس قرار شد هر دانش‌آموز با توجه داده‌های موجود در رسانه‌ها در مورد یک موضوع اجتماعی یا فرهنگی در زندگی روزمره گزارشی در قالب یک شکل ارائه کند. مثلاً حسن در مورد موضوع علل آسیب‌دیدگی ۱۰۰ نفر در منازل اطلاعاتی کسب کرده بود. او گزارش خود را در یک شکل خلاصه کرده است. او با اطلاعاتی که در اختیار داشته است ابتکار جالبی به خرج داده و نمودار زیر را رسم کرده است. از نمودار چه اطلاعاتی می‌توان کسب کرد؟ به عنوان مثال، بیشترین آسیب‌دیدگی در منازل افتادن یا زمین خوردن است.

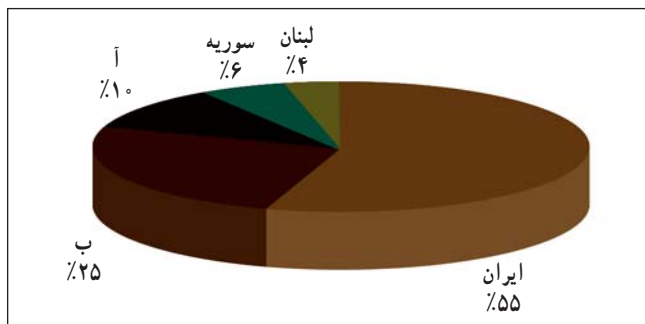


نمایش داده‌ها

روشی برای کمک به استخراج اطلاعات از داده‌ها با حس بینایی است. نمودارها به علت ایجاد ارتباط گرافیکی با حس بینایی انسان، که قریب به ۷۰٪ اطلاعات روزانه افراد را تشکیل می‌دهد، می‌تواند نقش مؤثری را در ارائه اطلاعات ایفا کنند. از سوی دیگر انتقال اطلاعات از طریق نمایش داده‌ها بسیار جذاب‌تر و سریع‌تر از ارائه همان اطلاعات در جداولی است که از آمارگیری‌ها به دست آمده است. نمودارها باید به گونه‌ای رسم شوند که از آن‌ها سوء برداشت نشود و بی‌طرفی را حفظ کنیم.

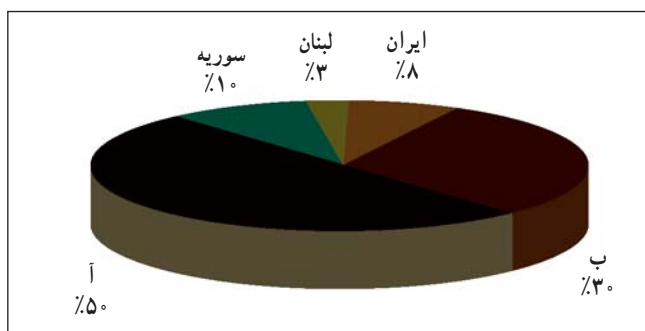


فعالیت



تعداد کل کاربران اینترنت

از نمودار دایره‌ای (کلوجه‌ای) زیر برای نشان دادن وضعیت استفاده از اینترنت در چند کشور استفاده شده است. چه اطلاعاتی از این نمودار کسب می‌کنید؟



کاربران اینترنت نسبت به کل جمعیت

اگر عامل جمعیت را در نظر بگیریم، واقعیت میزان توسعه اینترنت و میزان استفاده از آن در کشورهای مختلف را به صورت زیر می‌توان نشان داد.

آیا برداشت شما از نمودار قبل تغییر کرد؟

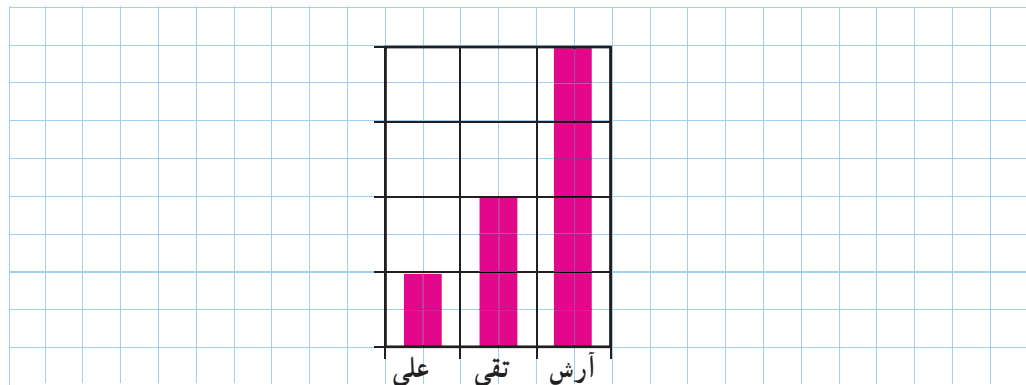
سؤال:

به نظر شما رسم نمودار دایره‌ای سه بعدی مانند دو نمودار قبلی بهتر است یا بصورت دو بعدی که در سال‌های گذشته با آن آشنا شده‌اید؟ دو نمودار بالا را بصورت دو بعدی رسم کنید. چه نظری دارید؟ آیا نمودار دوبعدی اطلاعات دقیقتری به ما می‌دهد؟



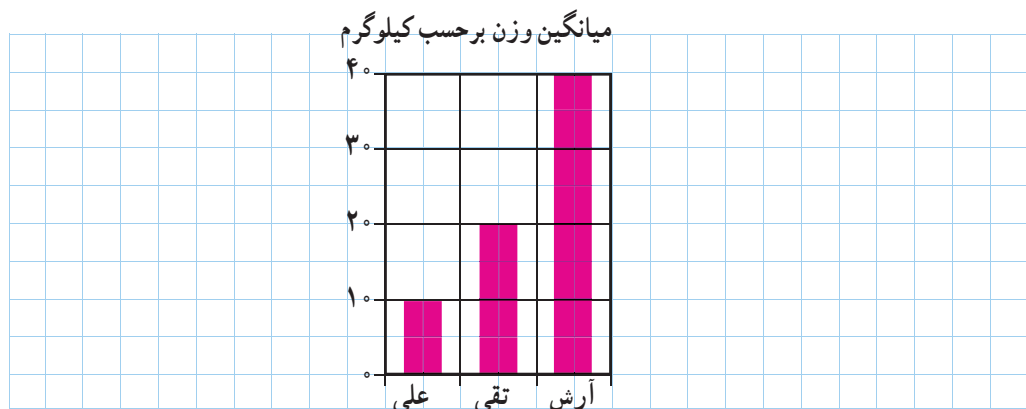
بازی با نمودارها

به کارگیری غلط یا سوءاستفاده از نمودارها، راه‌های ساده‌ای برای گمراه کردن افراد هستند. افراد مایل‌اند به نمودارها به عنوان روشی سریع برای ارزیابی مجموعه‌ای از اعداد بنگرند. اما آگاه باشید! مراقب باشید که فریب نخورید. بیایید از کدوتنبل‌های باغ‌های آرش، تقی و علی استفاده کنیم. اولین نمودار به صورت زیر است:



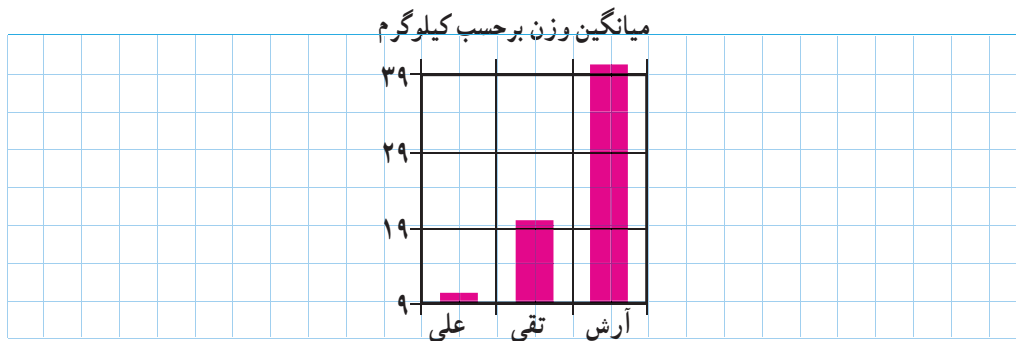
این نمودار چه اطلاعاتی در اختیار بیننده قرار می‌دهد؟ ایراد اساسی این نمودار چیست؟ آیا این نمودار وزن، حجم، پهنا یا ارتفاع کدوتنبل‌ها را نمایش می‌دهد؟

نمودار زیر چه تفاوتی با نمودار بالا دارد؟

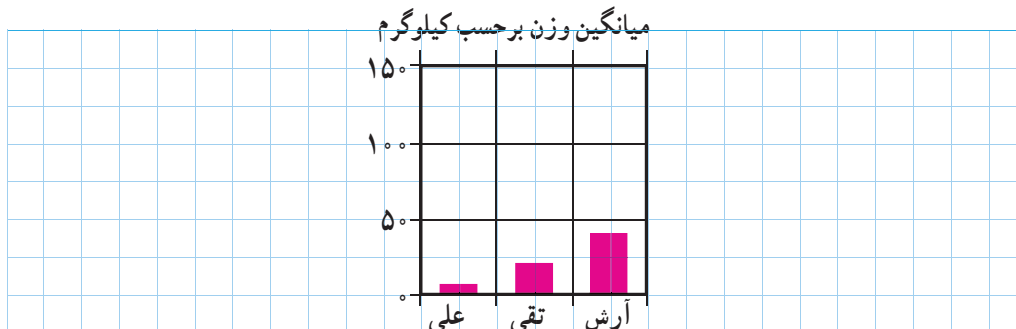


این نمودار به چه اطلاعات بیشتری اشاره می‌کند؟

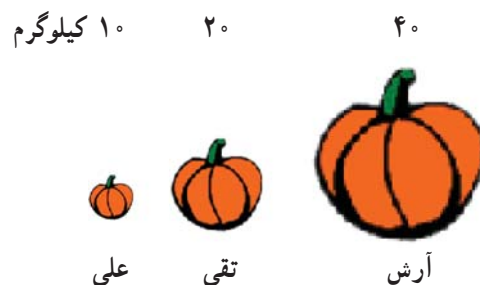
اگر نقطه شروع محور عرض‌ها از صفر به عدد ۹ تغییر دهیم، با این کار بینندگان را به چه نتیجه‌ای متقاعد می‌کند؟



در واقع اعداد همان اعداد قبلی هستند، اما محور عرض تغییر کرد است. الان این طور به نظر می‌رسد که کدوتنبل‌های کدوتنبل‌های حالا اگر می‌خواستید دیگران را متقاعد کنید که تمامی کدوتنبل‌ها حدوداً به یک اندازه هستند، چطور؟ به این نمودار نگاه کنید:



اعداد تغییری نکرده‌اند، اما محور y دوباره تغییر کرده است. چه تغییری کرده است؟ اغلب برای نمایش داده‌ها از یک تصویر استفاده می‌شود. مثلاً:



این تصویر، داده‌ها را از شکل طبیعی خارج می‌کند. برای نمایش تفاوت وزن‌ها، این تصویر ارتفاع هر

۲. اگر درصد یا فراوانی متغیرهایی که نمودارهای آن‌ها را رسم می‌کنیم نزدیک به هم باشند به نظر شما نمودار میله‌ای یا دایره‌ای برای مقایسه مناسب‌تر هستند؟

۳. رسم نمودارهای میله‌ای یا دایره‌ای برای داده‌های کمی یا کیفی مناسب‌تر هستند؟

۴. چگونه برای داده‌های کمی نمودار میله‌ای یا دایره‌ای رسم می‌کنید؟

نمودار جعبه‌ای



فعالیت

مربی گروه (تیم) بسکتبال شهر می‌خواهد بر اساس نتایج بازی‌های قبلی دو بازیکن نسبت به حضور یکی از آن‌ها در بازی بعدی تصمیم بگیرد. امتیازهای کسب‌شده توسط این دو بازیکن به صورت زیر است.

بازیکن الف

امتیاز کسب شده	۳۰	۱۳	۱۱	۱۰	۷	۶	۳
تعداد بازی‌ها	۱	۱	۱	۳	۲	۱	۲

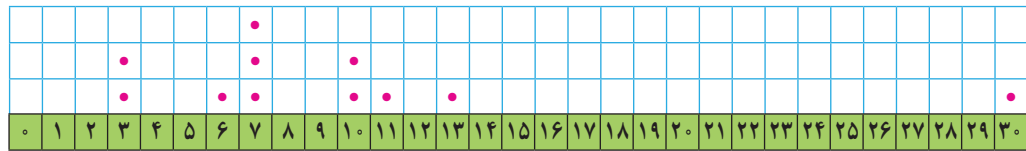
بازیکن ب

امتیاز کسب شده	۳۰	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷
تعداد بازی‌ها	۱	۱	۲	۲	۲	۱	۲

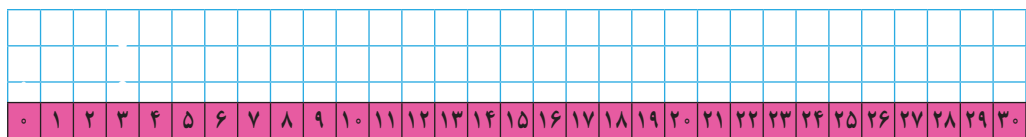
می‌توان داده‌ها را به صورت مرتب‌شده به صورت زیر نشان داد :

بازیکن الف	۳۰	۱۳	۱۱	۱۰	۱۰	۱۰	۷	۷	۶	۳
بازیکن ب	۱۳	۱۲	۱۱	۱۱	۱۰	۱۰	۹	۹	۸	۷

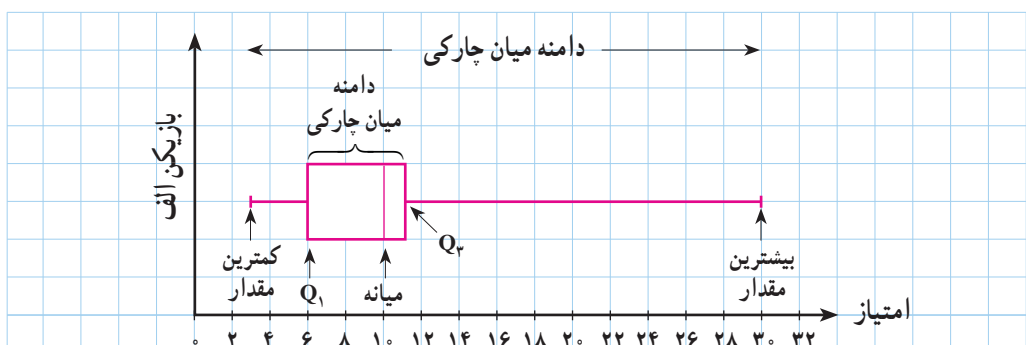
اگر هر یک از اعداد را به صورت نقطه بالای یک محور علامت بزیم به نمودار حاصل نمودار نقطه‌ای داده‌ها می‌گویند. نمودار نقطه‌ای امتیازهای بازیکن الف را می‌توان به صورت زیر نمایش داد.



نمودار نقطه‌ای داده‌ها را برای بازیکن ب بر روی محور نمایش دهید.



به نظر شما کدام بازیکن بهتر است؟ البته سؤال کلی است و اگر به شما بگوییم این بازی آخر است یا گروه مقابل تیمی است که تاکنون امتیاز بیشتری نسبت به گروه شهر کسب کرده ممکن است پاسخ سؤال عوض شود. در فصل گذشته برای تصمیم صحیح تر از معیار گرایش به مرکز و پراکندگی به طور همزمان استفاده می‌شد. پس خالی از لطف نیست که معیار گرایش به مرکز و پراکندگی مجموعه‌های گوناگون از داده‌ها را به شکل تصویری مورد مقایسه قرار دهیم. امتیازهای بازیکن الف را در نظر بگیرید. برای این منظور کمترین مقدار، چارک اول، میانه، چارک سوم و بیشترین مقدار را محاسبه کنید و بر روی یک محور نمایش دهید. برای مشخص کردن حدود دامنه میان‌چارکی یک جعبه به عرض دلخواه رسم می‌کنیم. برای مشخص کردن دامنه دو خط از دو طرف جعبه به کمترین مقدار و بیشترین مقدار داده‌ها وصل می‌کنیم. با مشخص کردن میانه روی جعبه نمودار جدیدی ارائه کرده‌ایم به نام نمودار جعبه‌ای. برای این منظور خطی عمودی بکشید تا میانه مشخص شود.

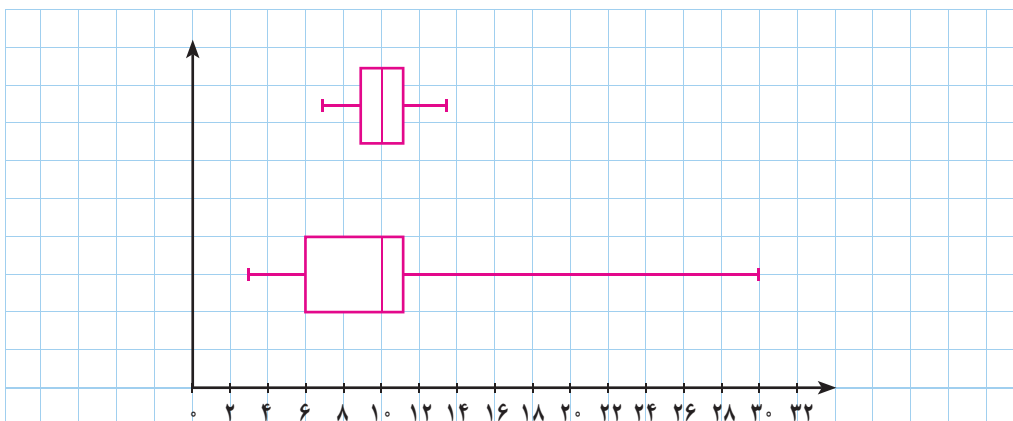


این نمودار دامنه، دامنه میان چارکی و میانه مجموعه داده‌ها را به طور هم‌زمان نشان می‌دهد. بیش از یک مجموعه داده را در یک نمودار می‌توان نشان داد، این بدان معناست که این روش برای مقایسه داده‌ها بسیار عالی است.

خواندنی

از آنجا که دو خط دو طرف جعبه شبیه سبیل گریه است. بعضی مواقع به آن نمودار جعبه و سبیل گفته می شود.

اگر داده‌ها دربرگیرنده داده دور اتاده بودند، دامنه وسیع‌تر خواهد بود. در نمودار جعبه‌ای، طول سبیل‌ها با توجه به مرزهای بالا و پایین افزایش پیدا می‌کند. با نگاه کردن به سبیل‌های نمودار جعبه‌ای، می‌توانید به تقارن یا نامتقارن بودن داده‌ها پی ببرید. نمودار جعبه‌ای دو بسکتبالیست در اینجا نشان داده شده است. دامنه این امتیازات را مقایسه کنید. اگر مجبور بودید از بین بازیکن، یک نفر را انتخاب کنید، کدام را انتخاب می‌کردید؟ اکنون بهتر می‌توانید به سؤال قبل در وضعیت‌های مختلف گروه مقابل یا حساسیت بازی تصمیم‌گیری کنید



بازیکن الف دامنه نسبتاً کوچکی دارد، و عدد میانه الف هم از ب کمی بالاتر است. بازیکن ب دامنه بزرگی دارد. گاه‌گاهی این بازیکن، امتیازاتی بسیار بالاتر از بازیکن الف می‌آورد، و گاه‌گاهی هم بسیار پایین‌تر از الف. بازیکن الف ثبات بیشتری دارد و معمولاً امتیازاتش از ب بالاتر است (میانه‌ها و دامنه میان چارکی را باهم مقایسه کنید)، پس بهتر است بازیکن الف را انتخاب کنیم.

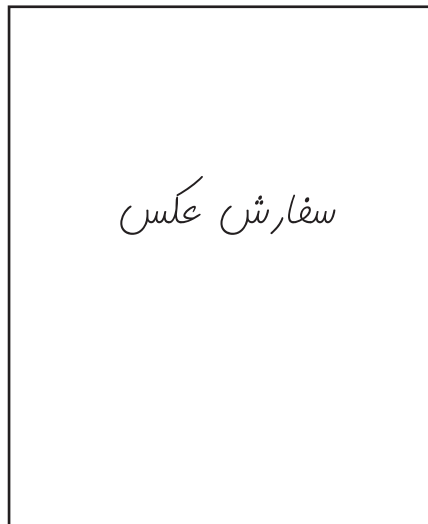
نمودارهای نمودار جعبه‌ای، روشی سودمند برای نمایش دامنه‌ها و چارک‌های داده‌ها هستند. یک جعبه، مکان قرارگیری چارک‌ها و دامنه میان چارکی را نشان می‌دهد و سبیل‌ها کمترین و بیشترین داده را نشان می‌دهند. در یک نمودار جعبه‌ای بیش از یک مجموعه داده را می‌توان نشان داد، پس برای مقایسه مناسب هستند.



دامنه میان چارکی به نظر مفید می‌رسد، در مورد بازیکنانی که گاه‌گاهی امتیازات بسیار پایینی کسب می‌کنند چطور؟ اگر بازیکنی در روز مسابقه، بد بازی کند، برای ما به قیمت لیگ تمام می‌شود. مطمئن نیستم که دامنه یا دامنه میان چارکی برای من مشخص کنند که کدام بازیکن واقعاً ثبات بیشتری دارد.



مربی نباید فقط دامنه امتیازات بازیکنان را مقایسه کند، او به راهی نیاز دارد تا به‌طور دقیق از روی مقادیر موجود محاسبه کند که کدام بازیکن در روز مسابقه ثبات بیشتری دارد. به عبارت دیگر، او باید بازیکنی را پیدا کند، که امتیازاتش کمترین تغییرات را داشته باشد.

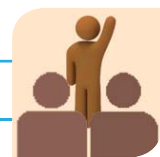


سفرش عکس

مشکل دامنه و دامنه میان چارکی این است که آن‌ها تنها تفاوت بین مقادیر بالا و پایین را به شما می‌گویند. اما چیزی که به شما نمی‌گویند، این است که چند وقت به چند وقت بازیکنان این امتیازات بالا یا پایین را در مقابل امتیازات نزدیک به مرکز کسب می‌کند - این برای مربی مهم است.

مربی به تیمی از بازیکنان نیاز دارد که قابل اطمینان باشند. آخرین چیزی که او می‌خواهد، بازیکنی است که در یک هفته خوب بازی کند و در هفته بعدی بد.

ما چطور در اتخاذ این تصمیم، می‌توانیم به مربی کمک کنیم؟



کار در کلاس

برای مجموعه داده‌های زیر نمودار جعبه‌ای بکشید.

۵,۱ : ۴,۹۵ : ۴,۸ : ۴,۷۵ : ۴,۲۵ : ۴,۱ : ۳,۲ : ۳,۱ : ۲,۵ : ۲,۵ : ۱,۵ : ۱,۲۵

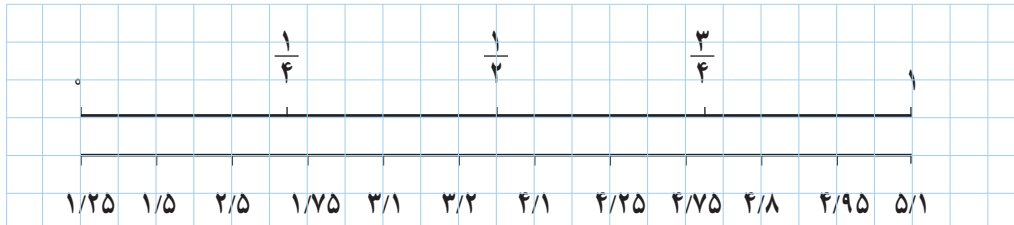
راه حل :

گام اول : کمترین مقدار و بیشترین مقدار را مشخص کنید.

از آنجایی که اعداد به ترتیب چیده شده‌اند، اولین عدد مقدار است و آخرین عدد مقدار.

گام دوم : چارک‌ها را مشخص کنید.

در این مجموعه ۱۲ عدد وجود دارد. می‌توانیم از شکل زیر یا از فرمول برای تعیین چارک‌ها استفاده کنیم.



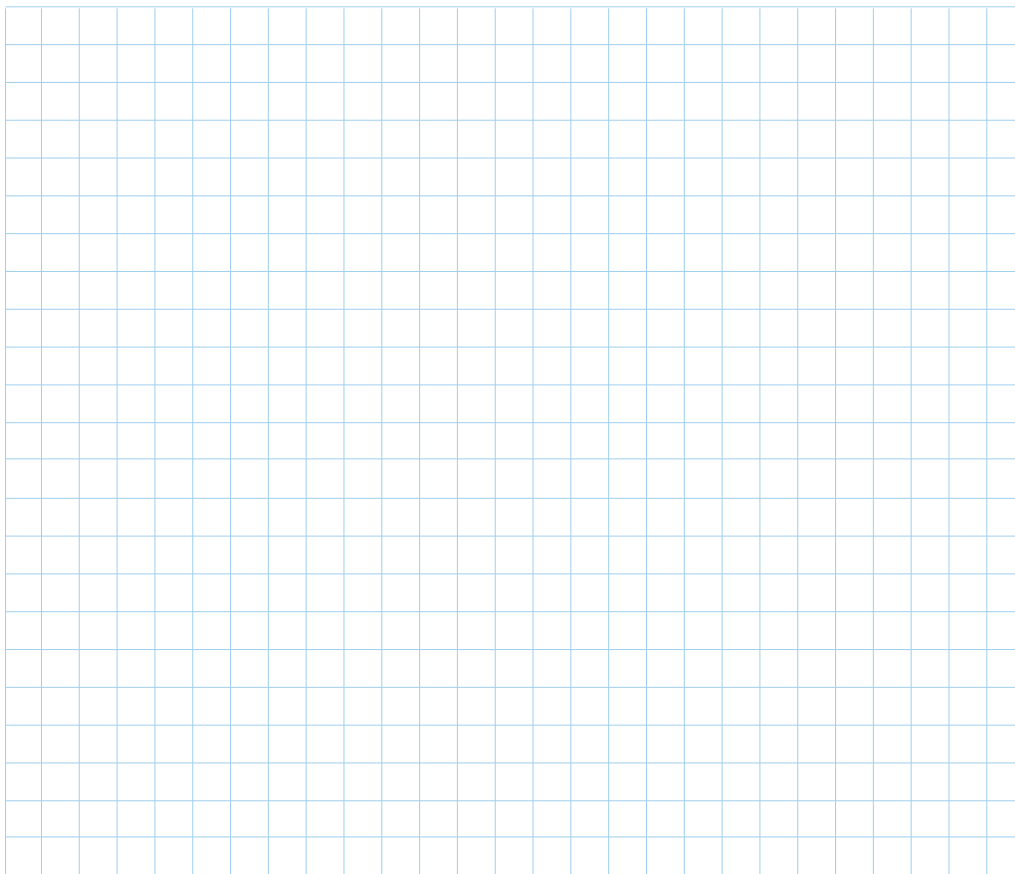
با نگاه به شکل بالا در می‌یابیم که میانه بین مقادیر و است. بنابراین، مقدار میانه می‌شود:

.....

چارک اول، بین مقادیر و قرار می‌گیرد. بنابراین، مقدار اولین چارک می‌شود:

چارک سوم بین مقادیر و قرار می‌گیرد. بنابراین، مقدار سومین چارک می‌شود:

گام سوم : نمودار جعبه‌ای رسم کنید.



درس ۲

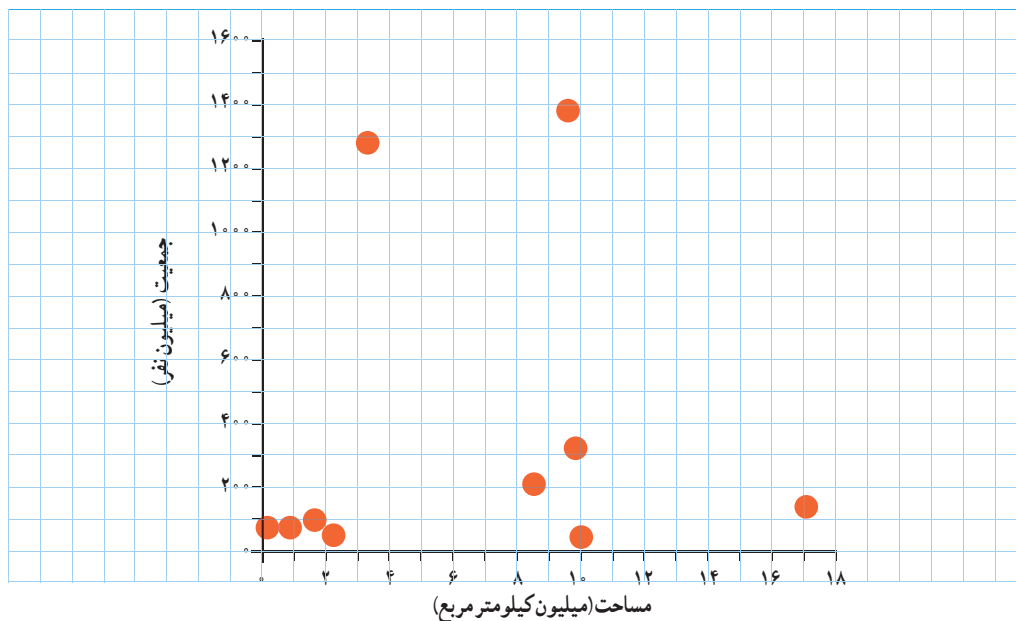
نمودارهای چندمتغیره

آ) نمودار حبابی

پوریا علاقه‌ی زیادی به جغرافیا دارد. او فهرستی از مقادیر سه متغیر مربوط به ۱۰ کشور تهیه کرده است:

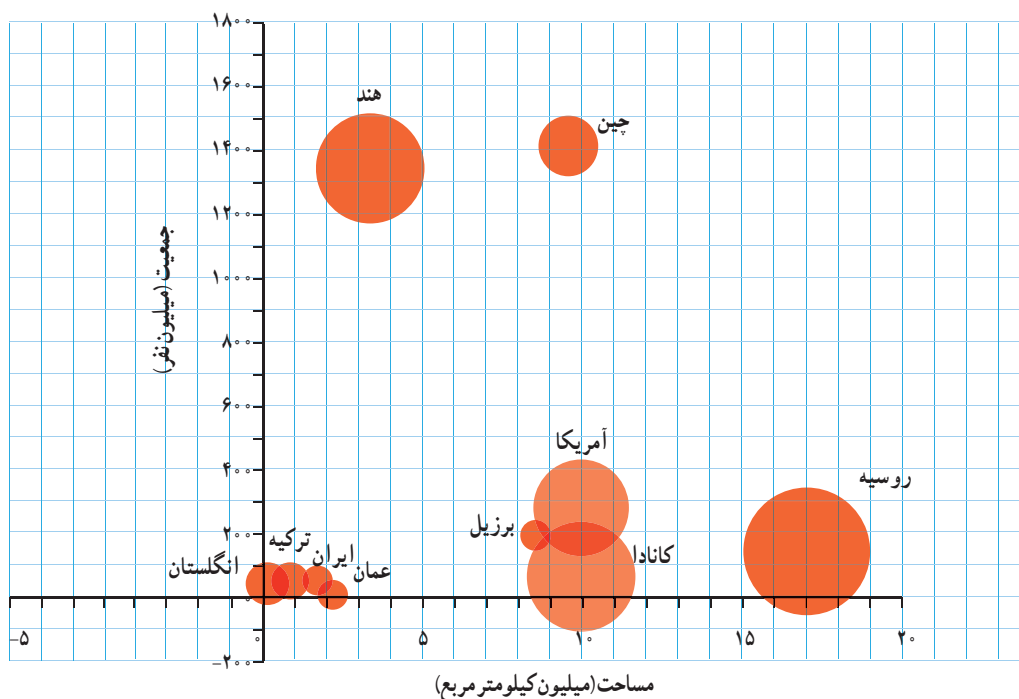
نام کشور	جمعیت (نفر)	مساحت (کیلومتر مربع)	آبها (درصد)
۱ ایران	۷۹۲۰۰۰۰۰۰	۱۶۴۸۱۹۵	۰/۷۰
۲ آمریکا	۳۲۲۳۶۹۳۱۹	۹۸۵۷۳۰۶	۷/۱۰
۳ انگلستان	۶۴۷۱۶۰۰۰	۲۴۲۴۹۵	۱/۳۴
۴ برزیل	۲۰۵۳۳۸۰۰۰	۸۵۱۵۷۶۷	۰/۶۵
۵ ترکیه	۷۹۴۶۳۶۶۳	۸۱۴۵۷۸	۱/۳۰
۶ چین	۱۳۷۶۰۴۹۰۰۰	۹۵۹۶۹۶۱	۲/۸۰
۷ روسیه	۱۴۴۱۹۲۴۵۰	۱۷۰۹۸۲۴۲	۱۳/۰۰
۸ عمان	۳۰۷۷۰۳۷۵	۲۱۴۹۶۹۰	۰/۷۰
۹ کانادا	۳۶۰۴۸۵۲۱	۹۹۸۴۶۷۰	۸/۹۲
۱۰ هند	۱۲۷۶۲۶۷۰۰۰	۳۲۸۷۲۶۳	۹/۶۰

پوریا می‌داند که برای هر کدام از متغیرهای مربوط به کشورها، یعنی مساحت و جمعیت و درصد آب‌ها، می‌تواند نموداری میله‌ای رسم کند. برای هر جفت از این متغیرها هم می‌تواند پراکنش‌نگاشت رسم کند (مثلاً نمودار جمعیت در مقابل مساحت)؛ اما این سؤال برایش مطرح است که آیا راهی وجود دارد تا هر سه متغیر مربوط به این کشورها را به‌طور هم‌زمان فقط در یک نمودار نشان دهد؟



پراکنش نگاشت جمعیت در مقابل مساحت کشورها

پوریا همین طور که به پراکنش نگاشت درصد آب‌ها در مقابل مساحت کشورها نگاه می‌کرد، ناگهان به این فکر افتاد که اندازه‌ی نقطه‌های نمودار را متناسب با درصد آب‌های کشورها رسم کند. پس نموداری به شکل زیر کشید:



به این ترتیب، او موفق شد سه متغیر مربوط به کشورها را در یک نمودار، نمایش دهد. نموداری که پوریا رسم کرد، به نام «نمودار حبابی» معروف است.

هر نقطه یا دایره در نمودار حبابی، در واقع یک سه‌تایی مرتب به صورت را مشخص می‌کند، که در آن داریم:

V_1 : موقعیت نقطه روی محور افقی،

V_2 : موقعیت نقطه روی محور عمودی،

V_3 : اندازه‌ی نقطه (مساحت دایره).

نمودارهای حبابی را می‌توان گونه‌ی خاصی از پراکنش نگاشت دانست که برای نمایش هم‌زمان سه متغیر عددی به کار می‌روند و در آن‌ها به جای نقطه از دایره‌های توپُر استفاده می‌شود. اگر بخواهیم قاره کشورهای را نیز در نمودار نمایش دهیم چه راه حلی پیشنهاد می‌کند؟ مثلاً رنگ کشورهایی که در یک قاره قرار دارند یکسان در نظر می‌گیریم.



کار در کلاس

قد و وزن و نمره‌ی درس‌های ریاضی و ادبیات فارسی دانش‌آموزان کلاس را مشابه آنچه در فعالیت دیدید، در یک جدول یادداشت کنید.

برای هر کدام از دسته‌های سه‌تایی متغیرهای زیر، نمودار حبابی رسم کنید:

آ) قد، وزن، نمره‌ی ریاضی

ب) قد، وزن، نمره‌ی ادبیات فارسی

پ) قد، نمره‌ی ریاضی، نمره‌ی ادبیات فارسی

سپس در هر نمودار، جای متغیرها را چنان عوض کنید که دایره‌ها هر بار، نشان‌دهنده‌ی یکی از متغیرها باشند.



تمرین

۱. اندازه‌ی دایره‌های نمودار حبابی، متناسب با کدام یک از موارد زیر است؟

ب) قطر دایره

ت) مساحت دایره

آ) شعاع دایره

پ) محیط دایره

۲. نمودارهای حبابی برای نمایش چند متغیر عددی در یک نمودار به کار می‌روند؟

ب) دو متغیر

ت) محدودیتی ندارد

آ) یک متغیر

پ) سه متغیر

نمودار پراکنش

